

Analyse d'un énoncé

① Lire l'exercice commenté en repérant les formulations surlignées et l'interprétation que l'on doit en faire (en bleu).

② Résoudre l'exercice d'application immédiate en utilisant ces conseils.

52 Exercice commenté

On considère la suite définie par $u_{n+1} = 2u_n - 4$ de premier terme $u_0 = 10$. De plus, pour tout entier n , on pose $v_n = u_n - 4$.

1. Montrer que la suite (v_n) est géométrique.

On peut montrer que $v_{n+1} = q \times v_n$ en commençant par écrire que $v_{n+1} = u_{n+1} - 4 \dots$

2. En déduire l'expression de v_n en fonction de n .

(v_n) est géométrique, c'est une question de cours.

3. Puis, en déduire l'expression de u_n en fonction de n .

Il suffit d'exprimer u_n en fonction de v_n puis d'utiliser la question 2.

53 Application immédiate

On considère la suite définie par $u_{n+1} = 0,5u_n + 10$ de premier terme $u_0 = 25$. De plus, pour tout entier n , on pose $v_n = u_n - 20$.

1. Montrer que la suite (v_n) est géométrique.

2. En déduire l'expression de v_n en fonction de n .

3. Puis, en déduire l'expression de u_n en fonction de n .

54 (u_n) est la suite définie par $u_0 = 7\,000$ et, pour tout nombre entier naturel n , $u_{n+1} = 0,85u_n + 2\,250$.

1. Calculer u_1 et u_2 . En déduire que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2. Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier n , par :

$$v_n = u_n - 15\,000$$

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera sa raison et son terme initial.

b. En déduire l'expression de v_n en fonction de n .

c. Montrer, en utilisant la question précédente, que, pour tout entier n , $u_n = 15\,000 - 8\,000 \times 0,85^n$.

d. On admettra que la suite (u_n) est croissante.

Trouver le plus petit entier n tel que $u_n > 14\,000$.

3. Une étude faite, en 2015, par un syndicat sur ses adhérents indique qu'il y a 7 000 inscrits. Elle a permis aussi de constater que, chaque année, le taux de réinscription est de 85 % et qu'environ 2 250 nouvelles personnes s'inscrivent.

a. Modéliser cette situation par une suite.

b. À partir de quelle année le nombre d'adhérents devrait-il dépasser 14 000 ?

55 On peut lire dans un article du *Figaro* : « La collecte de vêtements coûte cher aux associations. Les Français « consomment » environ 700 000 tonnes de textiles d'habillement, chaussures et linge de maison par an... Sur ce total, seules 125 000 tonnes sont collectées chaque année... Les associations doivent trouver des solutions pour les vêtements non utilisables, 45 % des

vêtements collectés sont recyclés et 15 % incinérés ou enfouis ». Ce qui coûte cher... »

*Les autres sont utilisables.



1. Déterminer la masse de vêtements utilisables (non recyclés et non incinérés) que les associations reçoivent chaque année ?

On note s_n le stock (en tonnes) de vêtements invendus ou non utilisés à l'année 2015 + n . En 2015, les associations avaient un stock de 20 000 tonnes. On considère que, chaque année, les associations utilisent 80 % de la totalité des vêtements dont ils disposent (stock et collecte de l'année).

2. a. Montrer que la quantité de vêtements à stocker en 2016 est de 14 000 tonnes.

b. Montrer que, pour tout entier n , $s_{n+1} = 0,2s_n + 10\,000$.

3. Pour tout entier n , on pose $v_n = s_n - 12\,500$.

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n . En déduire l'expression de s_n en fonction de n .

c. À long terme, si les conditions restent les mêmes, quelle masse de vêtements les associations auront-elles à stocker ?

Problèmes ouverts

56 Compétences Modéliser – Représenter

Début janvier, Florentin veut acheter un jeu vidéo pour sa console nouvelle génération. Le jeu neuf vaut 60 € et perd 5,91 % de sa valeur tous les 2 mois. Chaque mois, Florentin met 2 € de côté. Dans combien de mois pourra-t-il s'acheter ce jeu ?

57 Compétences Modéliser – Communiquer

Un employé de 44 ans vient d'être promu cadre dans son entreprise, à partir du 1^{er} janvier de l'année prochaine. On lui propose un salaire mensuel de 2 000 € la première année et deux types d'évolution possibles :

- dans la première proposition, le salaire mensuel se verra augmenter de 100 € au 1^{er} janvier de chaque année ;
- dans la deuxième, il sera augmenté de 3,7 % au début de chaque année.

Sachant qu'il lui reste 21 années de travail avant son départ à la retraite et qu'il compte finir sa carrière dans cette entreprise, quelle proposition devrait-il accepter ?

58 Compétences Modéliser – Chercher

Un jeu consiste à lancer une pièce de monnaie bien équilibrée jusqu'à ce que l'on tombe sur pile. Quelle est la probabilité que la partie dure moins de 8 coups ?